MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y ACOMPAÑAMINMETO A DOCENTES DE CUNDINAMARCA Y DUITAMA PARA EL DESARROLLO DELOS NIVELES DE COMPETENCIA DE MATEMÁTICAS Y DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS A PARTIR DE LAS EXPERIENCIAS SIGNIFICATIVAS DE LOS MAESTROS

INICIACIÓN AL ÁLGEBRA A TRAVÉS DE ACTIVIDADES FUNCIONALES Y DE GENERALIZACIÓN

ROSALBA ROMERO, LUZ MILA FERNÁNDEZ, MYRIAM LOYDOVER CORREA, EDILBERTO CHAPARRO, HENRY DE JESÚS MEZQUIDA, JOSÉ LUÍS CIPAMOCHA.

Asesora: Ligia Amparo Torres R.

Colegios: Técnico Municipal Simón Bolívar y Técnico Municipal Francisco de Paula Santander - Duitama

“Ser excelente es levantar los ojos de la tierra,
elevar el espíritu y soñar con lograr lo imposible”
Autor desconocido.

INTRODUCCIÓN

Diferentes investigaciones realizadas en los últimos años, tanto a nivel nacional, como internacional develan las dificultades que tiene los estudiantes de los niveles iniciales de la educación secundaria cuando se enfrentan a problemas algebraico, manipulación de expresiones, algebraicas y significación de éstas. Han tratado sobre estas dificultades que los estudiantes encuentran en el paso al álgebra y sobre las situaciones que puedan facilitar su desarrollo. Además, estas dificultades y obstáculos que se oponen a la comprensión de conceptos y procedimientos algebraicos son validadas por los resultados de las pruebas que hacemos internamente en la instituciones educativas y las externas como las pruebas TIMSS, Saber, Icfes que develan el bajo desempeño de nuestros estudiantes cuando manipulan expresiones, deben expresar situaciones verbales en expresiones que facilitan su solución o pasar de una representación a otra (graficas, tabulares, algebraicas) para resolver problemas de cambio y variación, entre otros dificultades.

Esta literatura sobre problemas que tienen que ver con la enseñanza y el aprendizaje del álgebra subraya la crisis de la enseñanza tradicional. Muchos estudios destacan los obstáculos cognitivos principales que la enseñanza tradicional - de la aritmética que frecuentemente se enfoca en los resultados de los procesos de cálculo más que en los aspectos relacionales y estructurales- oponen al desarrollo del pensamiento algebraico.

Así mismo, se han propuesto, en los resultados de estas investigaciones, estrategias de enseñanza y nuevas preguntas de investigación, en las que sobresalen: perspectivas didácticas desde la resolución y formulación de problemas, con actividades de generalización, perspectivas funcionales y de modelación, perspectiva desde el uso de problemas históricos potentes que ha favorecido el desarrollo de las ideas algebraicas, entre otras. Aquí hemos privilegiado la de generalización y la propuesta funcional que de una u otra forma involucran las otras.

Un acercamiento al álgebra a través de actividades de generalización implica el reconocimiento, expresión y manipulación de regularidades y patrones de cambio. Un acercamiento funcional hace explicita la manipulación de patrones funcionales de dependencia, hacia la expresión y operatividad algebraica de estos modelos matemáticos.

Es así como hemos tratado de apropiarnos conceptualmente de estas propuestas para diseñar actividades que favorezcan un acercamiento significativo al álgebra, por parte de los estudiantes, de las dos instituciones educativas que nos unimos para dar cuenta de tan compleja tarea.

1. JUSTIFICACIÓN

Inicialmente reconocemos que la actividad matemática consiste en la búsqueda de regularidades y patrones con el objeto de establecer generalizaciones y a partir de ellas hacer predicciones, por esta razón consideramos que la perspectiva de generalización es potente a la hora de acercar a los estudiantes al reconocimiento de esos patrones de variación y cambio y movilizar la expresión de éstos patrones en diferentes representaciones, donde la algebraica posibilita la manipulación operatorio de esos modelos de cambio.

De otra parte, el ámbito aritmético y geométrico en el cual están propuestas algunas de las actividades de generalización es el contexto donde el estudiante ha tenido su experiencia en matemáticas. Lo que significa que se parte de conocimientos familiares al estudiante. A la par se incorporan situaciones en contexto cotidiano (planes de celulares, por ejemplo) que se modelan en la escuela para significar las expresiones y relaciones algebraicas.

Se ubica así estos diseños en situaciones problemitas, donde se pone el énfasis en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamientos eficaces.

Lo anterior justifica el marco teórico y metodológico que hemos determinado para realizar la secuencia didáctica que proponemos e implementamos.

2. PROPÓSITO DEL ESTUDIO

A través del desarrollo de las actividades propuestas en la secuencia hemos pretendido:

- Favorecer un acercamiento significativo a conceptos fundamentales del álgebra como expresiones algebraicas y ecuaciones, desde actividades funcionales y de generalización.

- Posibilitar que los estudiantes reconozcan patrones de variación y cambio y los expresen a través de diferentes representaciones que permitan su tratamiento, conversión y manipulación operatoria.

- Potenciar contextos cotidianos y matemáticos para el desarrollo de la actividad de aula.

3. ALGUNAS CONSIDERACIONES QUE ORIENTAN LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Patrones, relaciones y expresiones algebraicas

Reconocer patrones, describirlos y expresar esos patrones de diferentes maneras son una de las claves para la generalización en matemáticas. Se han propuesto desde las investigaciones al respecto, como las de Mason varias aproximaciones posibles que pueden conducir a los estudiantes a la construcción de fórmulas: la visualización; la manipulación de la figura en la cual se basa el proceso de generalización, facilitando, en relación con ésta, la construcción de la fórmula; la formulación de una regla recursiva que muestra cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes; y el hallazgo de un patrón que los guíe directamente a la fórmula

Esta aproximación desde la generalización de patrones numéricos, geométricos o de hechos cotidianos, junto con la perspectiva de establecer explícitamente la clase de variación entre las magnitudes que intervienen en un fenómeno requiere una habilidad para tratar con situaciones del mundo real usando diferentes representaciones (gráficas, numéricas, simbólicas) y pensando con éstas. Se hace de esta manera necesario que los alumnos describan las regularidades, los cambios, las constantes. Lo que significa que es importante que manifiesten en forma oral o escrita utilizando diferentes recursos y representaciones para decir lo que se ha visto.

Para obviar la dificultad que tal tarea determina es necesario que la actividad de aula este mediada por preguntas que favorezcan los procesos de visualización y expresión de lo observado.

Cuando los patrones expresan regularidades numéricas, están mediadas por propiedades numéricas y por lo tanto se requiere de pruebas numéricas, de establecer una relación funcional general expresada en el lenguaje natural, tablas de valores, gráficos cartesianos y expresiones simbólicas que recojan las características fundamentales del patrón de variación. De igual manera, si los patrones son geométricos, añadiéndose en este proceso la impotencia de reconocer propiedades geométricas o métricas que median la identificación y la expresión del patrón de comportamiento geométrico.

Es importante reconocer, en este proceso de acercamiento de un pensamiento numérico y geométrico al algebraico, que a través de la historia ha presentado muchas dificultades y una ruptura entre lo concreto y lo abstracto, por lo que, estamos interesados en diseñar estrategias didácticas que establezcan un puente que facilite tal proceso, a través de expresiones y ecuaciones que modelen situaciones particulares.

En esta búsqueda se ha dado gran importancia al proceso de registrar la relación funcional o el patrón de comportamiento de una determinada situación. Registrar puede involucrar una variedad de formatos. Por ejemplo, dibujos, dibujos apoyados con palabras, la mayor parte palabras y algunos símbolos, o la mayor parte símbolos con algunas palabras. Una buena razón para registrar las cosas es el hecho de que las ideas en la mente tienden a dar vueltas y a ser fugaces. Una vez que se ponen en el papel, están ahí quietas, y pueden ser chequeadas, discutidas y modificadas.

En las primeras actividades que se proponen a los estudiantes se ha hecho un intento por explorar algunos de los diferentes aspectos de ver patrones por medio de ejemplos con secuencias de figuras (o arreglos) hechos con cuadrados o triángulos. Se usaron instancias particulares para tratar de encontrar patrones en los números, pero el conteo fue hecho 'mirando siempre el patrón' para poder encontrar una forma de contar 'en general'. No solamente se le dio importancia a *que* el patrón era así, sino también poder ver *por qué* éste era como era. Lo que implica argumentaciones y prueba de que ese es el patrón y no otro.

A medida que se avanza en el proceso, se requiere un registro más formal que sirva para describir sucintamente las variables claves. Uno de los problemas más grandes con esos patrones está en la decisión sobre cuál es la variable clave.

Es necesario, por tanto, diseñar situaciones de aula que acerquen al estudiante al pensamiento algebraico a través de problemas que permitan el reconocimiento de aspectos importantes de la variación, su identificación, registro y comunicación, ya que tradicionalmente los estudiantes aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia estos problemas de aplicación se dejan para el final de una unidad o el final de un programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo.

El papel del docente consiste en el diseño de estrategias metodológicas que inicien con situaciones problemas que permitan analizar, organizar y modelar situaciones y problemas tanto de la vida diaria del estudiante como de otras disciplinas científicas y que conlleven a procesos de generalización de expresiones algebraicas.

Enfoque funcional

Una perspectiva funcional en la iniciación al trabajo algebraico requiere ver las letras como variables, pero, también conlleva por ejemplo ver la función desde la perspectiva de una relación entre los valores de x y los valores funcionales correspondientes, esto es, desde la perspectiva de cómo un cambio en x produce una variación particular en los valores de la función.

Los enfoques contemporáneos a la emergencia y desarrollo del pensamiento algebraico privilegian la extensión del énfasis en los aspectos particulares de la variable, en su naturaleza dinámica, en las formas en las que las variables representan cantidades en el mundo real, y sobre el uso de variables para definir estructuras formales y bien definidas. Es decir, el concepto de variable como central al pensamiento algebraico con todas sus connotaciones posibles, usos, y conexiones.

En el trabajo propuesto se hace énfasis en el reconocimiento de cambios, constantes y la variable como forma de registrar la variación, esto hace que las situaciones se ubiquen en esta perspectiva funcional.

4. ESTÁNDARES Y ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN EL AULA

Partimos de ubicar los estándares de pensamiento variacional de los grados sexto y séptimo, como referente de nuestro trabajo y establecimos la relación de este con otros estándares del mismo pensamiento y con estándares de otros pensamientos del mismo nivel. El propósito de hacer esto, es identificar las relaciones, desde entre estándares y tenerlas de referencia a la hora de los diseños, es decir, en una misma propuesta de aula se pueden conjugar y movilizar desempeños y competencias que tienen que ver con varios estándares. Sin embargo, es importante resaltar, que con una secuencia didáctica no se puede pretender que se logren, todos los aspectos que involucra uno o varios estándares, los cuales están propuestos para varios años de escolaridad, pero, sí se puede a través de la secuencia movilizar aspectos importantes de estos.

Estándares:

- Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconocer el conjunto de valores de una variable en situaciones concretas de cambio (variación).

Estándares relacionados del mismo pensamiento:

De Cuarto a Quinto

- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.
- Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

- Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias.
- Construir ecuaciones e inecuaciones aritméticas como representación de las relaciones entre datos numéricos.

De Octavo a Noveno

- Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.

Estándares relacionados del mismo nivel y de los pensamientos numérico, espacial y métrico.

- Utilizar números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos.
- Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.
- Generalizar procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos.
- Seleccionar y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

5. METODOLOGÍA

Cada actividad de la tarea se ha realizado inicialmente de manera individual, en cuyo espacio el estudiante se confronta con su saber anterior y toma en consideración todos sus recursos para dar cuenta de la tarea, sin embargo, el docente interactúa con los estudiantes a través de preguntas cuestionadoras sobre los procesos o los obstáculos que éste enfrenta. Después, se pasa a un trabajo en grupos pequeños de estudiantes, en el cual confrontan las producciones de cada estudiante y toman decisiones sobre las estrategias, argumentos y procedimientos que llevan a la plenaria, que constituye el tercer momento de negociación de saberes, dónde el papel del maestro es determinante porque los cuestionamientos que realice y las reflexiones que dirija permiten la construcción colectiva y personal de los saberes puestos en juego en la secuencia.

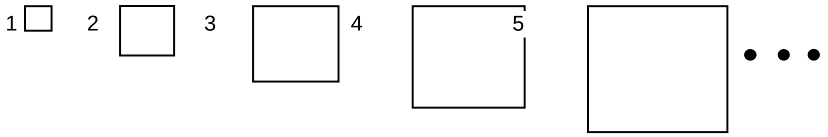
6. LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Situación 1: Reconociendo patrones

LOGRO: Reconocer y expresar un patrón de variación en secuencias geométricas. Expresar la regla de formación en forma verbal, tabular o simbólica.

ACTIVIDAD 1

En la siguiente secuencia se muestran unos cuadrados que van aumentando en tamaño de acuerdo con la longitud de sus lados:



1. Determine en cada caso el perímetro de la figura.

2. Realice una tabla que permita visualizar los cambios del perímetro.

3. Observe la tabla y determine las cantidades que varían. ¿Cómo varían?

4. ¿Cuál sería el perímetro de la figura que ocupa el 10º lugar? ¿Y cuál el perímetro del cuadrado que ocupa la posición 33?

5. Explique de qué depende el valor del perímetro.

6. ¿Cómo se determinaría el perímetro de un cuadrado cuyo lado tuviera una medida cualquiera dentro de la secuencia? Escriba una expresión que permita calcular el perímetro de cualquier cuadrado.

7. Determine ahora en cada caso, el área de la figura. Registre estos datos en una tabla.

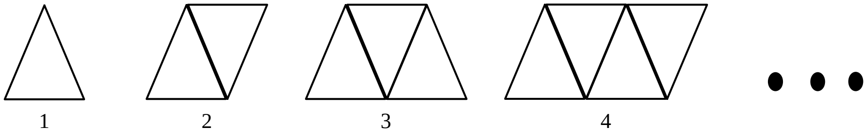
8. ¿Cuál sería el área de la figura que ocupa el décimo segundo lugar? ¿Y cuál el área del cuadrado que ocupa la posición 33? ¿Cómo hizo estos cálculos?

9. Explique de qué depende el valor del área de un cuadrado.

10. Determine una manera de calcular el área de cualquier cuadrado.

ACTIVIDAD 2

Considere la siguiente secuencia:



1. Si el lado de cada triángulo es de una unidad, ¿Cuál es el perímetro de cada figura formada en la secuencia?

2. Dibuje las tres próximas figuras de la secuencia.

3. Organice los datos en una tabla, donde la primera fila corresponda a la posición de la figura en la secuencia y la segunda fila corresponda a los respectivos perímetros.

4. ¿Cuál será el perímetro de la figura que ocupa la posición 77?

5. ¿Qué posición dentro de la secuencia ocupará la figura cuyo perímetro es 42 unidades?

6. ¿Cuál es el menor número de triángulos que pueden conformar una figura de la secuencia? ¿Cuál el mayor número de triángulos?

7. Determine de qué depende el valor del perímetro de cada figura en la secuencia. Explique su respuesta.

8. Escriba una fórmula para calcular el perímetro de cualquier figura.

ACTIVIDAD 3

Consideremos un gusano que se desplaza a lo largo de una línea recta y un joven que observa detenidamente el movimiento. El joven hace una raya sobre la trayectoria para indicar la posición que ocupa el gusano cada dos segundos. Luego, mide las distancias y resume la información en la siguiente tabla de datos:

Distancia Recorrida (cm.)	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4,8			9,6
Tiempo Empleado (seg.)	2	4	6	8	10		14	20	

1. Complete los datos de la tabla anterior.

2. ¿Qué distancia habrá recorrido el gusano al cabo de 38 segundos?

3. ¿Cuántos segundos se demora en recorrer 40 cm?

4. Represente en un gráfico cartesiano la información presentada en la tabla.

5. ¿Cómo se podría calcular la distancia recorrida por el gusano en un tiempo cualquiera?

6. Escriba una fórmula que permita calcular la distancia recorrida por el gusano en un tiempo determinado.

7. Escriba una fórmula que permita calcular el tiempo empleado por el gusano en recorrer una distancia cualquiera.

8. Valide las expresiones para una distancia recorrida de 5 cm. y para un tiempo de 37 seg.

9. Especifique ¿de qué depende la cantidad de tiempo que tarda el gusano de ir de un lugar a otro? y ¿De que depende la cantidad de distancia que recorra?. Concluya al respecto.

ACTIVIDAD 4

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
. . .
. . .
. . .

La disposición numérica anterior se conoce con el nombre de Triángulo de Pascal; aquí cada conjunto de números escritos horizontalmente, se conoce con el nombre de fila.

1. Determine en cada fila, la suma de los números que la conforman.

2. Construya las siguientes 5 filas.

3. ¿Cuál es la suma de la fila 15?

4. ¿Cuál es la suma de los números en la fila 38?

5. ¿De qué depende el valor de la suma de cada fila?

6. ¿Qué expresión nos permitiría calcular la suma para cualquier fila en este triángulo? Explique su respuesta.

7. Analice la clase de cantidades que intervienen en la expresión obtenida (las constantes y las que varían) y qué efecto producen en los cálculos cada una.

Situación 2: Comparando Planes de Celulares

ACTIVIDAD 1

Myriam y Manuel trabajan en empresas de telefonía celular. Myriam trabaja en “Comcel” y Manuel en “Movistar”.

Mensualmente: Comcel paga $185.000 de básico mensual más $6.000 por cada equipo vendido; Movistar paga $160.000 más $8.000 por cada celular vendido.

1. Calcule el salario de Myriam para 5 meses diferentes. De igual forma para Manuel.

2. Realiza una tabla para cada uno de los salarios de los vendedores.

3. Indique de qué depende el salario mensual de cada vendedor. Explique su respuesta.

4. Describa de qué manera o cómo calcula el salario de Myriam para un mes determinado.

5. Identifique las cantidades constantes (no varían) y las cantidades variables (que cambian) para cada caso.

6. ¿Cuál es el salario máximo que pueden tener Myriam y Manuel? Y ¿Cuál el mínimo?

ACTIVIDAD 2

Trabajando con la misma situación anterior: Observe la siguiente tabla y escriba datos que faltan:

Para Myriam:

Mes	Número de celulares adicionales vendidos	Cantidad de dinero recibido por venta adicional de celulares	Tope de dinero por número de celulares fijos	Salario del mes
Enero	5	30.000	185.000	
Febrero	4		185.000	
Marzo			185.000	
Abril	12		185.000	
Mayo			185.000	
Junio	0			

Para Manuel:

Mes	Número de celulares adicionales vendidos	Cantidad de dinero recibido por venta adicional de celulares	Tope de dinero por número de celulares fijos	Salario del mes
Enero	6		160.000	
Febrero			160.000	
Marzo			160.000	
Abril	10		160.000	
Mayo	15		160.000	
Junio	0			

1. Según los datos de la tabla, especifique las cantidades que son constantes, para cada caso.

2. Indique ¿de qué depende el monto de los salarios mensual de Myriam y Manuel?

3. Escriba una expresión para calcular el salario de Myriam para cualquier número de celulares vendidos.

4. Escriba una expresión (fórmula) que permita calcular el salario de Manuel.

5. Si Myriam gana en un mes $785.000 cuántos celulares habrá vendido?

6. Si Manuel gana como salario $480.000 ¿cuántos celulares adicionales vendió?

7. ¿Para qué cantidad de celulares vendidos, Myriam y Manuel tendrían el mismo salario?

8. Determine ¿en cuál de las empresas es mejor trabajar, de acuerdo con el salario recibido?

Situación 3: Expresiones Algebraicas y ecuaciones en diversos contextos. Situación Tres.

ACTIVIDAD 1

Un vendedor callejero compra una caja de 100 helados por $6.500 pesos y vende a $100 cada helado.

El vendedor, que es muy organizado, elabora una tabla para llevar un registro de sus ganancias:

Número de Helados vendidos	1	2	3		80			100
Costo				1000			9500	
Ganancia					2800	2975		

1. Complete los datos que faltan en la tabla
2. ¿Cuántos helados debe vender para ganar $14.000?
3. ¿Cuáles de esas cantidades son fijas y cuáles varían?
4. Proponga una expresión que le permita al vendedor calcular la ganancia cuando venda 5000, o 10000, o cualquier otra cantidad de helados.
5. Explique el procedimiento que empleó para responder las preguntas anteriores.

ACTIVIDAD 2

La empresa de correos “SERVIENTREGA” cobra por el envío de paquetes un costo básico de $100 más $200 por cada 10 gramos de peso, enviado.

1. ¿Cuánto cuesta enviar un sobre que pesa 75 gramos? ¿Cuánto uno 100 gramos? y ¿Cuánto, uno de 150 gramos?

2. Si han cobrado $4.000 ¿qué peso tenía el paquete enviado?

3. Enuncie las cantidades que intervienen en la determinación del valor del envío en cada caso. ¿Cuáles son constantes y cuáles variables?

4. ¿Cuánto costaría enviar un paquete de cualquier peso? Escribe la expresión que permita calcular el costo de un envío para cualquier peso.

5. Elabore, con ayuda de su maestro, un gráfico cartesiano donde ubique en un eje el número de gramos enviado y en el otro el valor del envío correspondiente. Describa el comportamiento de los puntos obtenidos.

6. Determine la posibilidad de unir los puntos de la gráfica y el significado que tiene este hecho para el caso de los envíos.

ACTIVIDAD 3

Para la siguiente actividad debe contar con los siguientes materiales y realizar las instrucciones indicadas:

Material: Hojas de papel cuadriculado de 16 cm. de largo por 12 cm. de ancho, tijeras, escuadras, cinta pegante, calculadora, pliegos de papel periódico, marcadores.

Instrucciones

Trabajo Individual, en pequeños grupos y en plenaria.

Para el desarrollo de algunas actividades se requiere indispensablemente el trabajo individual con el fin de obtener apreciaciones personales acerca de la variación, luego se necesita trabajo en subgrupos en donde se socializan, confrontan, y validan las observaciones individuales y por último, en plenaria se formalizan los resultados acerca de la función como modelo matemático.

Construyendo Cajas

Con las hojas de papel cuadriculado de 16 cm. de largo por 12 cm. de ancho, construir tres (3) cajas sin tapa, recortando cuadrados congruentes en las esquinas así:

- Una caja de altura más alta
- Una caja de altura mediana
- Una caja de altura más baja

Nota: Guarde los cuadrados que recortó.

Ordenando Datos y Registrando en la Tabla

Reúnan las cajas de cuatro integrantes del grupo y ordenarlas según su altura de la más baja a la más alta.

Tomando como referencia el orden ascendente de las alturas de las cajas construidas por los integrantes del grupo, construya y registre en una tabla como la siguiente (si cree que necesita más filas, constrúyalas), las medidas de las magnitudes de las cajas.

Lado del Cuadrado que se quita (cm.)	***DIMENSIONES DE LA CAJA***			***Área del papel que se quita (cm^2)***	***Área del papel de la Caja (cm^2)***	***Área de la base de la caja (cm^2)***	***Volumen de la caja (cm^3)***
	Alto (cm.)	***Largo (cm)***	***Ancho (cm.)***				
…							
X							

1. ¿Cuál es el volumen de caja que en su grupo se ha construido de mayor altura posible?

2. ¿Qué altura tendrá la caja más alta, que se pueda construir, así sea en la imaginación?

3. Dos estudiantes que están realizando esta actividad, afirman respectivamente:

   “La caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación es la de altura 5,999…”

   “La caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación, es la de altura 7,999…”

   ¿Cuál de los dos estudiantes tiene la razón? Explique su respuesta

4. ¿En su grupo se ha construido la caja de menor altura posible? ¿Qué altura tendrá la caja más baja, que se pueda construir, así sea en la imaginación?

5. ¿Cuáles son los posibles valores que puede tomar el largo de la caja?

6. ¿Cuáles son los posibles valores que puede tomar el ancho de la caja?

7. ¿Cómo varían las otras magnitudes, si se varía el largo de la caja? (El ancho, el alto, áreas, volumen…)

8. Si en la última fila de la tabla anterior, representamos la longitud del lado del cuadrado recortado, con la variable ***x***, ¿Puede, en cada caso, determinarse la forma general o la expresión algebraica que permita hallar cada una de las demás magnitudes de las cajas, en términos de ***x***? Utilice la última fila de la tabla para escribir las expresiones simbólicas correspondientes.

9. Determine en forma verbal la manera de calcular cada una de las dimensiones y el volumen de las cajas.

10. Analice en la plenaria las expresiones obtenidas: los elementos que la constituyen, la validez de estas formulas para valores específicos etc.

11. ¿Qué tipo de gráficos cartesianos se pueden realizar con los datos anteriores? Realícelos y concluya al respecto.

7. ALGUNOS RESULTADOS

El trabajo con estudiantes de sexto, séptimo y octavo grado de las instituciones en las que aplicamos la secuencia se realizó durante mes y medio y permite afirmar lo siguiente:

1. Los estudiantes realizan cálculos numéricos para buscar las regularidades y los patrones de comportamiento de las situaciones y logran visualizar los cambios, expresarlos en forma verbal y numérica, pero a la hora de generalizar, no basta con las preguntas de la secuencia, es importante la intervención, en la plenaria, de argumentos de otros compañeros y preguntas claves del docente, relacionadas con la manera de relacionar las clases de cantidades que intervienen en los cálculos numéricos. Lo que significa que la búsqueda de un patrón general de comportamiento es lenta y requiere de varias actividades no repetitivas, sino que promuevan distintos aspectos que intervienen en esta clase de generalizaciones.

2. Las situaciones planteadas logran movilizar aspectos relacionados con el pensamiento variacional, como reconocer variaciones y cambios, dependencia entre magnitudes y variables, rangos de variación, tipos de cantidades que intervienen en la situación, pero el paso a la expresión algebraica requiere que se pueda ver lo general en lo panicular y esto se hace verbalmente o con frases que combinan lo numérico y lo verbal y se requiere la intervención del docente para llegar a la expresión algebraica. Como registro que puede atrapar todos esos otros elementos que se han ido construyendo.

3. La representación tabular es potente, pues favorece la visualización de los cambios, por lo menos en forma separada, los de cada magnitud y a los correlacionados se puede llegar a través de preguntas, cómo las propuestas en esta secuencia.

4. Se logró darle cierto sentido a las ecuaciones, en un primer acercamiento (caso de los celulares y envíos) pero se requiere continuar con este tipo de trabajo, diseñando otra secuencia que posibilite la operatividad de las expresiones algebraicas y la solución de ecuaciones, en contextos concretos y en ámbitos formales.

Por último queremos resaltar:

5. El valor profesional que tiene el trabajo que hemos realizado, en el cual nos hemos integrado en un equipo que ha hecho agradable el trabajo, se ha aprendido de todos y se ha enriquecido a través de los distintos aportes que se lograron investigando y desde la practica profesional.

6. Hemos ganado en una metodología para el diseño de situaciones que parte de una análisis del concepto o conceptos involucrados en la secuencia, desde la perspectiva del reconocimiento de la complejidad conceptual en términos de la red de conceptos que fundamenta los que se quieren movilizar, los procesos de pensamiento y los contextos en los cuales se quiere desarrollar la actividad de aula. Además que explicita la necesidad de consignas claras, pertinentes y sencillas, el reconocimiento de mediaciones como materiales manipulativos, calculadoras etc. y la necesidad de acciones para la toma de registros que

posibilitan la visualización de los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

8. REFERENCIAS

Ministerio de Educación Nacional. (2005). Taller: Estándares Básicos para Matemáticas. División de perfeccionamiento y calidad de la Educación.

Mason, J. y otros. (1988) Rutas hacia y raíces del álgebra. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja.

Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares Básicos de calidad - Matemáticas.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares - Matemáticas.

Torres, L. (2006) Compilación sobre Formación para la articulación entre Estándares básicos de calidad, lineamientos curriculares y resultados de pruebas Saber en matemáticas. IEP. Univalle.

Azcarate, C. y Deulofeu, J. (1988) Funciones y gráficas. Editorial Síntesis. Madrid.